



## ESTUDO DE ELEMENTOS DE PLACA APLICADOS A MATERIAIS COMPÓSITOS

**Norman A. M. Neumann, M.Sc.**

Doutorando da Universidade Federal do Rio de Janeiro  
PEnO/Coppe, Cx. P. 68508 Rio de Janeiro, RJ, Brasil

**Julio C. R. Cyrino, D.Sc.**

Professor Adjunto da Universidade Federal do Rio de Janeiro  
PEnO/Coppe, Cx. P. 68508 Rio de Janeiro, RJ, Brasil

***Resumo.** Neste artigo são comparados os resultados de elementos finitos baseado na mecânica do contínuo tridimensional, elementos DKT (Discrete Kirchhoff Triangle) e DST (Discrete Shear Triangle) com resultados analíticos. Aspectos relevantes para este tipo de estruturas construídas com materiais compósitos, tais como, deformações de cisalhamento transversal e diferentes propriedades na direção da espessura, serão discutidos. Nos elementos DKT e DST é usada a teoria de camada equivalente no cálculo das matrizes para análise de materiais compósitos. Outro elemento finito usado nesta comparação considera as multicamadas do material. Apenas o elemento DST leva em consideração o efeito do cisalhamento transversal, que em materiais laminados é de importância fundamental. Os resultados mostram que o desenvolvimento de um elemento que contemple essas duas características deverá apresentar resultados mais precisos.*

***Palavras-chave:** Placas, Compósitos, Elementos finitos.*

### 1. INTRODUÇÃO

Os laminados compósitos podem ser construídos em diversas camadas, cada uma delas com uma fibra enrijecedora embebida numa matriz. Cada camada pode ser constituída por diferentes composições (fibra/matriz), espessuras e orientação dos reforços onde as propriedades mecânicas do material são influenciadas pelas propriedades dos materiais constituintes e pela proporção em que se apresentam. Para estimativa de falha e do comportamento mecânico dos materiais compósitos, as suas propriedades mecânicas devem ser conhecidas, e se possível, determinadas por testes experimentais. Não obstante, estes testes quase sempre são realizados após a estrutura pronta e na fase de projeto não há outra alternativa a não ser estimá-los através de tratamentos teóricos ou empíricos existentes na literatura. Mesmo com as propriedades do material conhecidas fica difícil escolher qual tipo de elemento finito disponível na literatura é mais adequado para a modelagem global da estrutura de compósito. Diversos autores apresentam inúmeros elementos que tentam simular o comportamento real deste material tão complexo.

O triângulo discreto de *Kirchhoff* (DKT) é um elemento de placa de três nós e nove graus de liberdade, e foi primeiramente apresentado por *Stricklin et al.*(1969). Anos mais tarde o elemento foi reestudado por *Batoz et al.* (1979), o qual foi considerado um dos melhores elementos de placas apresentados até aquele momento. *Batoz e Lardeur* (1989) apresentaram um novo elemento de placa, o triângulo discreto de cisalhamento (DST), o qual foi visto como uma extensão do elemento DKT para o caso de placas finas. *Batoz e Lardeur* também propuseram a aplicação do elemento DST para materiais compósitos, usando a técnica que consiste em reduzir a placa laminada numa camada única equivalente, já que o DKT se for utilizado diretamente para materiais compósitos resultaria em erros, devido a não consideração do efeito do cisalhamento transversal, que corresponde a uma parcela importante na rigidez e comportamento destes materiais. Paralelamente *Yunus et al.* (1989) apresentou um elemento multicamada cuja formulação foi desenvolvida por *Ahmad et al.* (14) para análise de cascas espessas homogêneas e, posteriormente, adaptado para cascas construídas com material compósito por *Panda e Natarajan* (15) em que o elemento utilizava um esquema de integração de  $2 \times 2 \times 2$ , o qual mostrou-se ineficiente devido a quantidade de pontos de integração exigidos quando o número de camadas cresce. *Yunus et al.* então desenvolveram um método eficiente que usando apenas um esquema de integração de  $2 \times 2$  no plano do elemento no espaço determina as matrizes do elemento com aproximação muito boa e grande economia no tempo de computação.

## 2. RELAÇÃO TENSÃO-DEFORMAÇÃO

Sejam  $\{\sigma\}$  e  $\{\varepsilon\}$  os vetores de tensão e deformação respectivamente, dados por:

$$\{\sigma\}^T = [\sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_z \quad \tau_{xy} \quad \tau_{xz} \quad \tau_{yz}] \quad \text{e} \quad \{\varepsilon\}^T = [\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z \quad \gamma_{xy} \quad \gamma_{xz} \quad \gamma_{yz}] \quad (1)$$

Considerando que para o caso bidimensional de placas  $\sigma_z = 0$  temos que:

$$\{\sigma\}^T = [\sigma_x \quad \sigma_y \quad \tau_{xy} \quad \tau_{xz} \quad \tau_{yz}] \quad \text{e} \quad \{\varepsilon\}^T = [\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \gamma_{xy} \quad \gamma_{xz} \quad \gamma_{yz}] \quad (2)$$

Assim a relação tensão-deformação é dada como a seguir:

$$\{\sigma\} = [D] \cdot \{\varepsilon\} \quad (3)$$

Onde a matriz  $[D]$  corresponde a matriz de elasticidade do material, que para o caso de materiais ortotrópicos homogêneos é:

$$[D] = \begin{bmatrix} D_b & | & 0 \\ \hline 0 & | & D_s \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$[D] = \begin{bmatrix} E_x / (1 - \nu_{xy} \cdot \nu_{yx}) & E_y \cdot \nu_{xy} / (1 - \nu_{xy} \cdot \nu_{yx}) & 0 & | & 0 & 0 \\ E_x \cdot \nu_{yx} / (1 - \nu_{xy} \cdot \nu_{yx}) & E_y / (1 - \nu_{xy} \cdot \nu_{yx}) & 0 & | & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_{xy} & | & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & | & G_{xz} \cdot f & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 & G_{yz} \cdot f \end{bmatrix} \quad (5)$$

Onde as submatrizes  $[D_b]$  e  $[D_s]$  correspondem as parcelas de flexão e cisalhamento da matriz de elasticidade, respectivamente, e “ $f$ ” é o fator de correção por cisalhamento o qual é assumido como,  $f = 5/6$ .

Na teoria de *Mindlin*, as deformações  $\gamma_{xz}$  e  $\gamma_{yz}$  e, conseqüentemente, as tensões  $\tau_{xz}$  e  $\tau_{yz}$  são supostas constantes ao longo da espessura. Para corrigir o erro no cálculo da energia de deformação de cisalhamento transversal causado por esta hipótese, utilizamos fatores de correção para evitar o trancamento por cortante.

### 3. DETERMINAÇÃO DA MATRIZ DE RIGIDEZ

Cada um dos elemento finitos implementados apresentam diferentes formulações e matrizes de rigidez, os quais são brevemente descritas a seguir.

#### 3.1 Triângulo Discreto de Kirchhoff (DKT)

A formulação do triângulo discreto de *Kirchhoff* foi apresentada por *Stricklin et al.*(1969) sob o nome de QQ3. Embora fosse inicialmente um dos mais eficientes elementos de placa apresentados na época, a sua implementação era complexa. Anos mais tarde demonstrou-se a sua eficiência e provou-se que os deslocamentos e autovalores fornecidos pelo elemento convergiam quadráticamente para a solução de *Kirchhoff*.

O DKT corresponde a um elemento triangular de lados retos, com nove graus de liberdade, como mostrado na Fig.1. Este elemento utiliza uma teoria que inclui as deformações de cisalhamento transversal. Entretanto, como a energia de deformação de cisalhamento transversal é desprezada e as hipóteses de *Kirchhoff* são impostas em pontos discretos, o elemento não é adequado para representar placas constituídas de materiais compósitos modernos.

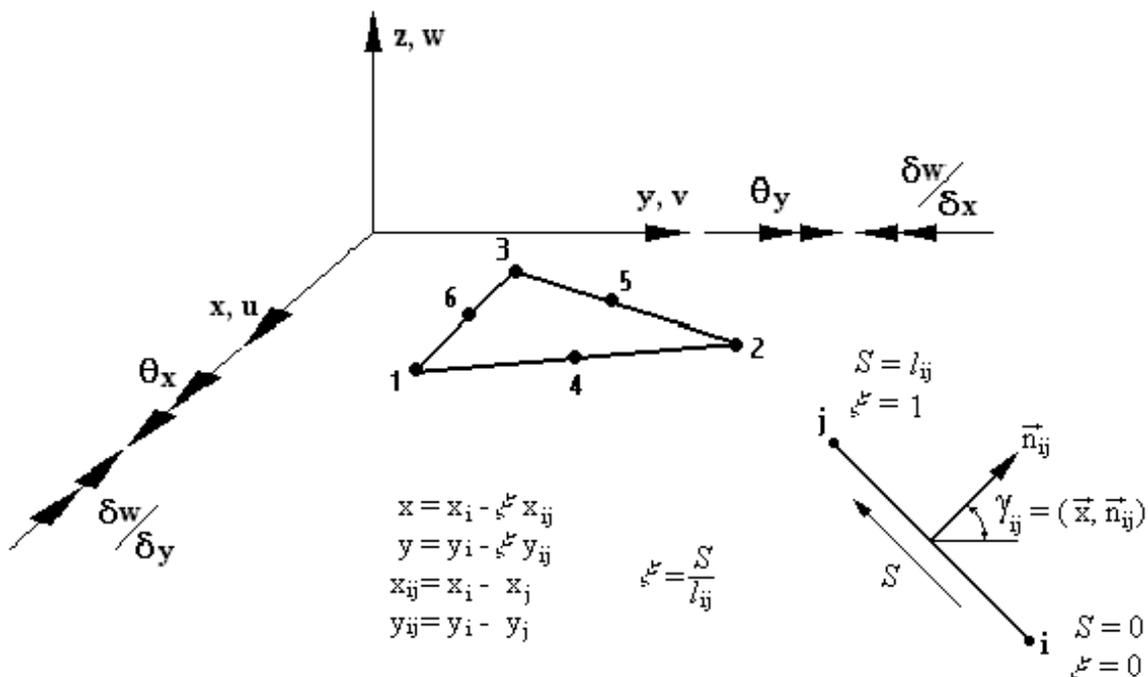


Figura 1.- Geometria do DKT

Neste elemento as rotações são representadas por superfícies quadráticas e o deslocamento transversal por curvas cúbicas definidas apenas no contorno. As deflexões são introduzidas na energia de deformações através de restrições impostas ao campo de rotações.

As rotações são definidas como:

$$\beta_x = \sum_{i=1}^6 N_i \cdot \beta_{x_i} \quad ; \quad \beta_y = \sum_{i=1}^6 N_i \cdot \beta_{y_i} \quad (6)$$

Onde  $\beta_{x_i}$  e  $\beta_{y_i}$  são os valores nodais para as coordenadas dos nós dos vértices e nos intermediários. Os  $N_i$  correspondem às funções de interpolação para os seis pontos do elemento.

A hipótese de *Kirchhoff* estabelece que:

$$\gamma = \begin{bmatrix} \beta_x + w_{,x} \\ \beta_y + w_{,y} \end{bmatrix} \quad , \text{ para os nós 1,2 e 3 dos vértices} \quad (7)$$

e

$$\beta_{s_k} + w_{,s_k} = 0 \quad , \text{ para os nós intermediários 4,5 e 6 } (k = 4,5,6) \quad (8)$$

A variação cúbica do deslocamento transversal “ $w$ ” ao longo dos bordos do elemento é definida por:

$$w_{,s_k} = -\frac{3}{2 \cdot l_{ij}} \cdot w_i - \frac{1}{4} \cdot w_{,s_i} + \frac{3}{2 \cdot l_{ij}} \cdot w_j + \frac{1}{4} \cdot w_{,s_j} \quad (9)$$

Onde  $k$  representa os nós intermediários sob o bordo  $ij$  e  $l_{ij}$  o comprimento entre os nós  $i$  e  $j$ . A variação linear de  $\beta_n$  imposta ao longo do bordo é;

$$\beta_{n_k} = \frac{1}{2} (\beta_{n_i} + \beta_{n_j}) \quad (10)$$

Onde  $k = 4,5,6$  denota os nos intermediários e  $i$  e  $j$  os bordos 23,31 e 12 respectivamente.

Para obter  $\beta_x$  e  $\beta_y$  em termos dos graus de liberdade  $\{u\}$ :

$$\{u\}^T = \{w_1 \quad \beta_{x_1} \quad \beta_{y_1} \quad w_2 \quad \beta_{x_2} \quad \beta_{y_2} \quad w_3 \quad \beta_{x_3} \quad \beta_{y_3}\} \quad (11)$$

As relações geométricas sob cada bordo:

$$\begin{bmatrix} \beta_x \\ \beta_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c & -s \\ s & c \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \beta_n \\ \beta_s \end{bmatrix} \quad (12)$$

e

$$\begin{bmatrix} w_{,s} \\ w_{,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c & s \\ s & -c \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta_x \\ \theta_y \end{bmatrix} \quad (13)$$

Onde  $c = \cos(\vec{x}, \vec{n}_{ij})$  e  $s = \sin(\vec{x}, \vec{n}_{ij})$  como mostra a Fig. 1.

Usando as expressões (6) a (13) obtém-se  $\beta_x$  e  $\beta_y$  como:

$$\begin{aligned}\beta_x &= H_x^T(\xi, \eta) \cdot \{u\} \\ \beta_y &= H_y^T(\xi, \eta) \cdot \{u\}\end{aligned}\tag{14}$$

Onde  $H_x$  e  $H_y$  correspondem a vetores de nove componentes de novas funções de interpolação dados na referência (Batoz *et al.*, 1980).

Assim a matriz de transformação  $[B]$  da relação tensão-deslocamento é dada por:

$$B(\xi, \eta) = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} y_{31} \cdot H_{x,\xi}^T + y_{12} \cdot H_{x,\eta}^T \\ -x_{31} \cdot H_{y,\xi}^T - x_{12} \cdot H_{y,\eta}^T \\ -x_{31} \cdot H_{x,\xi}^T - x_{12} \cdot H_{x,\eta}^T + y_{31} \cdot H_{y,\xi}^T + y_{12} \cdot H_{y,\eta}^T \end{bmatrix}\tag{15}$$

Onde  $A = \text{Área do elemento}$ .

A matriz de rigidez do elemento então é dada por:

$$[K_s]_{DST} = 2A \int_0^1 \int_0^{1-\eta} [B]^T \cdot [D_b] \cdot [B] d\xi d\eta\tag{16}$$

Os momentos devidos a flexão são dados por:

$$M(x, y) = [D_b] \cdot B(x, y) \cdot \{u\}\tag{17}$$

### 3.2 Triângulo Discreto de Cisalhamento (DST)

O elemento DST pode ser visto como uma extensão do DKT para o caso de placas finas, onde as formulações da Fig. 1 são consideradas. A determinação da matriz de rigidez é similar ao do DKT com a diferença que determina-se a matriz de rigidez de cisalhamento transversal.

Sejam as deformações cortantes do elemento:

$$\gamma = \begin{bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{,x} + \beta_x \\ w_{,y} + \beta_y \end{bmatrix}\tag{18}$$

A matriz de rigidez de flexão é similar a formulação para o DKT,

$$[K_b]_{DST} = [K]_{DKT}\tag{19}$$

Onde devemos apenas considerar que os vetores  $H_x$  e  $H_y$  são determinados segundo Batoz *et al.*(1989) ou Sydenstricker(1996), para a montagem da matriz de transformação  $[B_s]$ .

Assim a matriz de rigidez de cisalhamento transversal é dada por:

$$[K_s]_{DST} = \frac{1}{2A} \int_0^1 \int_0^{1-\eta} [B_s]^T \cdot [D_s] \cdot [B_s] d\xi d\eta \quad (20)$$

### 3.4 Elementos Tridimensionais Multicamada e de Camada Única

O elemento multicamada corresponde a um elemento isoparamétrico de 8 nós, que faz parte da biblioteca de elementos do programa ANSYS®(ANSYS Inc,1994). A formulação deste elemento foi desenvolvida por *Ahmad et al.*(1970) para análise de cascas espessas homogêneas e, posteriormente, adaptado para cascas construídas com material compósito por *Panda e Natarajan*(1981). O esquema de integração empregado de  $2 \times 2 \times 2$ , entretanto, mostrou-se ineficiente devido a quantidade de pontos de integração exigidos quando o número de camadas cresce. *Yunus et al.* (1989) então desenvolveram um método eficiente que usando apenas um esquema de integração de  $2 \times 2$  no plano do elemento no espaço determina as matrizes do elemento com aproximação muito boa e com grande economia no tempo de computação. Este elemento é ilustrado a seguir e sua formulação encontra-se na literatura.

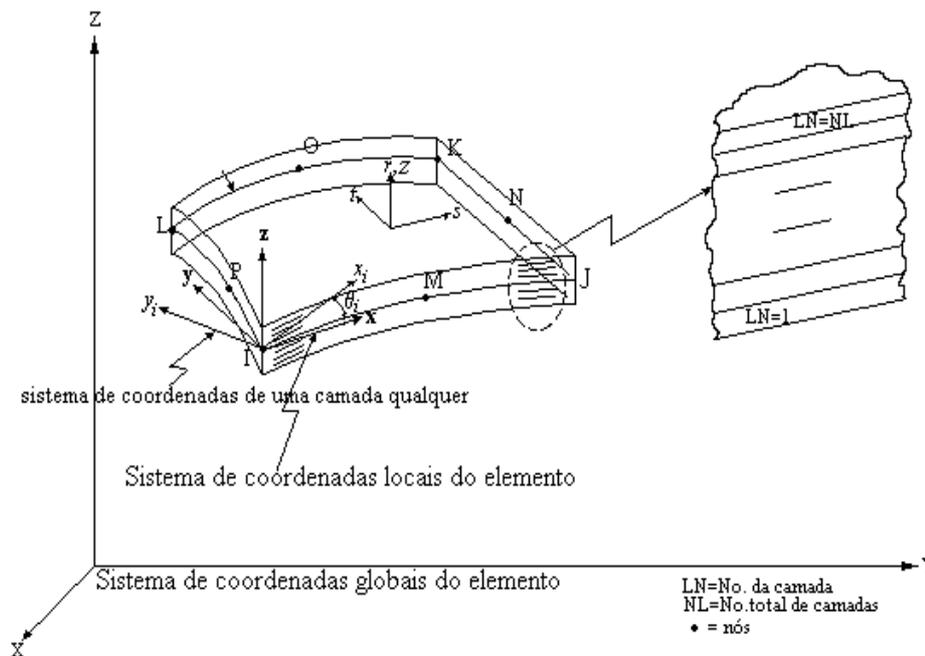


Figura 2.- Elemento tridimensional multicamada.

O outro elemento de camada também incluído na biblioteca do programa ANSYS® (ANSYS Inc,1994) corresponde a um elemento isoparamétrico de 4 nós que foi proposto por *Dvorkin et al.*(1984). O qual tem a mesma formulação descrita na literatura e foi usado neste artigo apenas para uma comparação com os demais elementos.

## 4. ESTUDO NUMÉRICO

### 4.1 Placa de Compósito Sujeita a Carregamento Senoidal

Este problema foi proposto por *Pagano and Hatfield* (1972) e também foi considerado por *Lardeur and Batoz* (1989). Estudou-se uma placa quadrada com a orientação mostrada na Fig. 3 composta de três camadas. A placa em seus contornos estão simplesmente apoiada e foram utilizadas malhas de 3x3, 6x6, 9x9, 12x12, 15x15 e 30x30 elementos em um quarto da placa conforme a Fig. 3. Os laminados estão constituídos por camadas unidirecionais do mesmo material dispostas a zero e noventa graus, de tal forma que o somatório das espessuras das camadas a zero graus é igual ao somatório das camadas a noventa graus, e o conjunto é simétrico em relação ao eixo neutro do laminado.

O carregamento transversal sobre a placa e previsto pela seguinte expressão:

$$q = q_0 \cdot \text{sen}(\pi \cdot x / L) \cdot \text{sen}(\pi \cdot y / L) \quad (21)$$

Onde:

$$L = 1000 \text{ mm}$$

$x, y$  = coordenadas globais da placa em milímetros (mm)

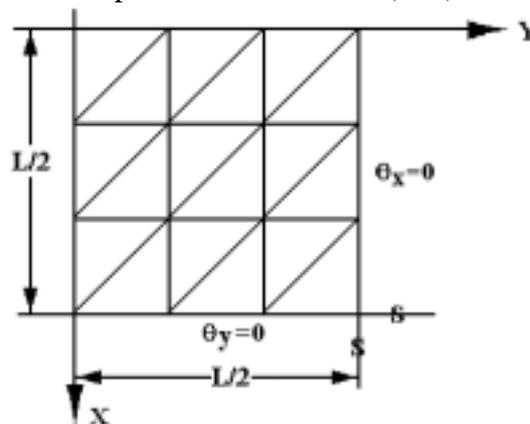


Figura 3.- Orientação da malha 3x3 e condições de contorno para um quarto da placa

O lado da placa foi mantido constante ( $L = 1000 \text{ mm}$ ) e foram considerados três valores de espessura ( $h = 20, 100$  e  $250 \text{ mm}$ ), a fim de manter as deflexões para os diversos casos na mesma ordem de grandeza. O valor de “ $q_0$ ” foi variado conforme a tabela a seguir.

Tabela 1. Valores de  $q_0$  ( $\text{N/mm}^2$ )

L/h	50	10	4
$q_0$	0.10	1.00	10.00

Os lados da placa coincidentes com os eixos coordenados são considerados como simplesmente apoiados, e nos outros dois extremos aplicam-se condições de simetria. As propriedades elásticas do material para cada camada no laminado são:

$$E_x = 25000 \text{ N/mm}^2 ; E_z = 4500 \text{ N/mm}^2 ; E_y = 4500 \text{ N/mm}^2 ; \nu_{xy} = \nu_{yz} = 0.25$$

$$G_{xy} = 500 \text{ N/mm}^2 ; G_{yz} = 200 \text{ N/mm}^2 ; G_{xz} = 500 \text{ N/mm}^2$$

A Figura 4 define a disposição das camadas no laminado e a sua orientação. Para as propriedades do laminado no caso dos elementos que não são multicamadas (todos, exceto o de *Yunus et al.*) utilizou-se a técnica da camada única equivalente onde as propriedades finais do laminado são determinadas segundo *Al-Qureshi* (1983) em função das espessuras, orientações e propriedades das camadas componentes.

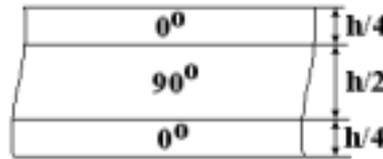


Figura 4.- Disposição das camadas no laminado

A referência (*Pagano et al.*, 1972) fornece os valores analíticos máximos para a deflexão da placa estudada, dados a seguir:

$$w = \frac{12 \cdot S^4 \cdot h \cdot q_0}{\pi^4 \cdot Q} \quad (22)$$

Onde

$$Q = 4 \cdot G_{xy} + \frac{E_x + E_y(1 + 2 \cdot \nu_{yz})}{(1 - \nu_{xy} \cdot \nu_{yx})} \quad ; \quad S = \frac{L}{h} \quad (23)$$

Nas tabelas a seguir são fornecidos os resultados obtidos para a deflexão máxima no centro da placa para os elementos DKT, DST, de *Dvorkin et al.*(1984), de *Yunus et al.*(1989) e a solução analítica para o exemplo antes mencionado.

Tabela 2. Resultados para placa com espessura  $h = 20$  mm.

Malha \ Elemento	w (mm)				
	DKT	DST	<i>Dvorkin et al.</i>	<i>Yunus et al.</i>	Analítico
3 x 3	34.394	32.459	32.269	26.345	37.054
6 x 6	36.375	38.202	36.660	28.212	37.054
9 x 9	36.751	39.102	37.411	28.567	37.054
12 x 12	36.883	39.533	37.671	28.688	37.054
15 x 15	36.944	40.144	37.792	28.744	37.054
30 x 30	37.026	40.684	37.958	28.817	37.054

Tabela 3. Resultados para placa com espessura  $h = 100$  mm.

Malha \ Elemento	w (mm)				
	DKT	DST	<i>Dvorkin et al.</i>	<i>Yunus et al.</i>	Analítico
3 x 3	2.751	3.296	4.275	3.792	3.322
6 x 6	2.910	3.647	4.631	3.943	3.322
9 x 9	2.940	3.722	4.689	3.968	3.322
12 x 12	2.951	3.751	4.707	3.976	3.322
15 x 15	2.956	3.763	4.715	3.980	3.322
30 x 30	2.962	3.781	4.726	3.985	3.322

Tabela 4. Resultados para placa com espessura  $h = 250$  mm.

Malha \ Elemento	w (mm)				
	DKT	DST	<i>Dvorkin et al.</i>	<i>Yunus et al.</i>	Analítico
3 x 3	1.761	1.775	7.967	8.003	1.897
6 x 6	1.862	1.952	8.621	8.298	1.897
9 x 9	1.882	1.993	8.751	8.350	1.897
12 x 12	1.888	2.006	8.799	8.369	1.897
15 x 15	1.892	2.012	8.823	8.377	1.897
30 x 30	1.896	2.022	8.857	8.388	1.897

#### 4. CONCLUSÕES

O elemento DKT, tanto para placas finas como espessas, aproxima-se mais do resultado analítico devido a que ambas formulações baseiam-se na teoria de *Kirchhoff*. Já o elemento DST, baseado na teoria de *Mindlin*, apresenta deslocamentos levemente maiores os quais são mais realísticos porque levam em consideração as deformações de cisalhamento transversal.

Os outros dois elementos, o de *Dvorkin et al.* e *Yunus et al.* aproximam-se mais do valor analítico e do DST somente para placas ligeiramente finas ( $L/h = 50$  e  $L/h = 10$ ), mas a medida que a placa torna-se mais espessa ( $L/h = 4$ ) as respostas divergem significativamente. Isto mostra que para estes dois últimos elementos a formulação somente é aplicável para placas finas.

Nas aplicações navais de grande porte a configuração de material compósito mais usada é a construção tipo sanduíche cuja espessura oscila entre 150 a 250 mm. representado placas muito grossas. Portanto elementos finitos inadequadamente na modelação podem acarretar erros significativos.

Para uma melhor aproximação dos resultados seria necessário adaptar a técnica de multicamadas no elemento DST, que melhor representa um material compósito ao incluir o cisalhamento transversal, e comparar este com resultados experimentais.

#### *Agradecimentos*

Ao corpo docente do Programa de Engenharia Oceânica, da ilustre Universidade Federal do Rio de Janeiro e a minha esposa e filho.

#### REFERÊNCIAS

- Ahmad, S., Irons, B. M. and Zienkiewicz, O. C., 1970, Analysis of Thick and Thin Shell Structures by Curved Finite Elements, International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 2, pp. 419-451.
- Al-Qureshi, H. A., 1983, *COMPOSITE MATERIALS: Fabrication and Analysis*, Third Edition, I.T.A. Brazil.
- ANSYS®, 1994, User's Manual, Swanson Analysis Systems, Inc..
- Bathe, K. J. & Dvorkin, E. N., 1986, A formulation of General Shell Elements – The Use of Mixed Interpolation of Tensorial Components, International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 22, pp. 697-722.
- Batoz, J. L., Bathe, K. J. and Ho, L. W., 1980, A Study of Three-Node Triangular Plate Bending Element, International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 15, pp. 1771-1812.

- Dvorkin, E. N. & Bathe, K. J., 1984, A Continuum Mechanics Based Four-Node Shell Element for General Nonlinear Analysis, *Engineering Computations*, vol. 1, pp. 77-88.
- Lardeur, P. & Batoz, J. L., 1989, Composite Plate Analysis Using a New Discrete Shear Triangular Finite Element, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 27, pp. 343-359.
- Pagano, N. J. & Hatfield, S. J., 1972, Elastic Behavior of Multilayered Bidirectional Composites, *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, vol. 10, pp. 931-933.
- Panda, S., & Natarajan, R., 1981, Analysis of Laminated Composite Shell Structures by Finite Element Method, *Computers & Structures*, vol. 14, pp. 225-230.
- Stravsky, Y., 1961, Bending and Stretching of Laminated Aeolotropic Plates, *Journal of the Engineering Mechanics Division, Proceeding of the American Society of Civil Engineers*, vol. 87, EM 6, pp. 31-56.
- Stricklin, J. A., Haisler, W., Tisdale, P. and Gunderson, R., 1969, A Rapidly Converging Triangular Plate Element, *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, vol. 7, pp. 180-181.
- Sydenstricker, R. M., 1997, Elementos de Casca Discretos Baseados na Teoria de Reissner-Mindlin, Tese de D. Sc., Departamento de Eng. Civil, COPPE/UFRJ.
- Yunus, S. M., Kohnke, P. C. and Saigal, S., 1989, A Efficient Through-Thickness Integration Scheme in an Unlimited Layer Doubly Curved Isoparametric Composite Shell Element, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 28, pp. 2777-2793.

## **STUDY OF PLATE ELEMENTS APPLIED TO COMPOSITE MATERIALS**

**Abstract.** *The analytical results are compared with finite elements based on the three-dimensional mechanics of continuous, DKT (Discrete Kirchhoff Triangle) and DST (Discrete Shear Triangle) elements. Important aspects related to type of structures built with composite materials, such as transversal shear deformation and different properties along the thickness, are discussed. In the DKT and DST elements the theory of equivalent layer is used in the analysis of composite materials. Other finite elements used in this analysis taking account the material multilayers. Only the DST element consider the effect of transversal shear, which is of the fundamental important to laminate materials. It has been demonstrated that the development of finite element with these two particular characteristics provides more accurate results.*

**Word-key:** *Plates, Composites, Finite Elements Method.*